Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, decembrie 2025
Proba E.c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Determinați numărul complex z pentru care $z-2\overline{z}=iz-1$.

5p **2.** Demonstrați că mulțimea $A=\{x\in R \mid x^2-(m+3)x+m+2=0, m\in R\}$ este nevidă.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2x+\sqrt{16+x^2}=11$.

5p **4.** Fie mulțimea $A=\{1,4,7,...,100\}$. Aflați numărul submulțimilor cu cel mult două elemente ale mulțimii A.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(a;1), B(-1;0), C(3;5)$ și $D(5;6)$. Aflați numărul real a pentru care punctele B, D și mijlocul segmentului AC sunt coliniare.

5p **6.** Aflați perimetrul triunghiului ABC știind că $AB=\sqrt{7}, AC=2\sqrt{7}$ și $A=\frac{2\pi}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: M_2(R)\to M_2(R)$, $f(X)=X^2-3X+2I_2$ și matricea $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -1 & -2\end{pmatrix}$.

5p a) Arătați că $\det(f(A))=4$.

5p b) Calculați $I_2+A+A^2+...+A^{2025}$.

5p c) Dacă $f(A)\cdot f(X)=I_2$ și $B=\begin{pmatrix}-1 & \frac{3}{4}\\ -3 & 2\end{pmatrix}$, aflați $\left(f(X)+B^t\right)^{2026}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-2(x+y)+6$.

5p a) Arătați că $2025*2+2*2026=4$.

5p b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție.

5p c) Calculați $\frac{1}{2026}*\frac{2}{2026}*\frac{3}{2026}*...*\frac{4059}{2026}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Fie funcția $f:(3,+\infty)\to R, f(x)=x^2-6x+5-\frac{1}{2}\ln(x-3)$.

5p a) Arătați că $f'(x)=\frac{(2x-7)(2x-5)}{2(x-3)}$, pentru orice $x\in(3,+\infty)$.

5p b) Notăm cu m suma dintre numărul punctelor de extrem și numărul punctelor de inflexiune ale funcției f. Arătați că $m=1$.

5p c) Demonstrați că $4x^2-24x+35\geq 2\ln(2x-6)$, pentru orice $x\in(3,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to R, f(x)=\frac{4x^2+1}{x}$.

5p a) Arătați că funcția $F:(0,+\infty)\to R$, $F(x)=2x^2+\ln x+2025$ este o primitivă a funcției f.

5p b) Determinați o primitivă G a funcției f cu proprietatea că graficul funcției G trece prin punctul $A(1,2)$.

5p c) Demonstrați că, dacă $H:(0,+\infty)\to R$ este o primitivă a funcției f, atunci are loc inegalitatea $H(\sqrt[3]{2025})<H(\sqrt[3]{2026})$.